Jméno a příjmení: **Akim Sklenka**
Třída: 5A Zaměření: Kategorie: D
Škola: Gymnázium Žamberk
Učitel fyziky: Mgr. Kateřina Jirešová Posudek: 10 b Posuzovali:
Úloha č.: 1. Triatlon

označení veličin:

v_p, s, t je průměrná rychlost, ~~délka~~ dráha a čas celého závodu

v_1, s_1, t_1 je průměrná rychlost, délka a čas plavání

v_2, s_2, t_2 je průměrná rychlost, délka a čas jízdy na kole

v_3, s_3, t_3 je průměrná rychlost, délka a čas běhu

ze zadání víme:

$s_3 = 4{,}8\,km = 4800\,m$ $\qquad t = 1\,h\ 6\,min\ 15\,s = 3975\,s$

$s_2 = 3s_3 = 14400\,m$ $\qquad t_1 = 12\,min\ 35\,s = 755\,s$

$s_1 = 1/6\, s_3 = 800\,m$ $\qquad v_2 = 2v_3$

$s = s_1 + s_2 + s_3 = 20\,000\,m$

Časy t_2, t_3 si vyjádřím pomocí rychlostí a ~~délky~~ dráha:

$t_3 = \frac{s_3}{v_3}$, $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{3s_3}{2v_2}$, odkud $t_2 = \frac{3}{2}t_3$ a $t_2 + t_3 = \frac{5}{2}t_3$.

Společný čas běhu a jízdy na kole je vlastně celkový čas závodu bez času plavání $t_2 + t_3 = t - t_1 = 3975 - 755 = 3220\,s$, odkud

$t_3 = \frac{3220 \cdot 2}{5} = 1288\,s$ a $t_2 = \frac{3}{2}t_3 = 1932\,s$. 5b

Nyní mohu spočítat průměrnou rychlost plavání $v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{800}{755} \doteq 1{,}06\,m/s$, 1b

průměrnou rychlost jízdy na kole $v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{14400}{1932} \doteq 7{,}45\,m/s$, 2b

průměrnou rychlost běhu $v_3 = \frac{s_3}{t_3} = \frac{4800}{1288} \doteq 3{,}73\,m/s$ a

průměrnou rychlost celého závodu $v_p = \frac{s}{t} = \frac{20\,000}{3975} \doteq 5{,}03\,m/s$. 2b

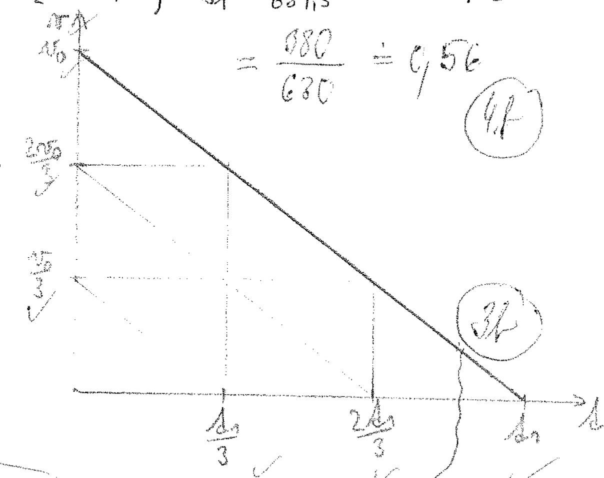
Jméno a příjmení: **Akim Sklenka**
Třída: 5A Zaměření: Kategorie: D
Škola: Gymnázium Žamberk
Učitel fyziky: Mgr. Kateřina Jirešová Posudek: 10b Posuzovali:
Úloha č.: 2. Rovnoměrně zpomalený pohyb

Využité veličiny a jejich vztahy:
$v_0 = 29\,m/s$, $t_1 = 47\,s$, $t_2 = \frac{1}{3} t_1$, zrychlení vlaku a, celková brzdná dráha s_1 a brzdná dráha v čase t_2 je s_2

a) Využijeme známý vzorec pro zrychlení $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Dosadíme do něj:
$a = \frac{v_0}{t_1} = \frac{29}{47} \doteq 0{,}6\,m/s^2$. Pro výpočty budu používat $a = \frac{29}{47}\,m/s^2$. $\doteq 0{,}62\,m \cdot s^{-2}$
Víme, že vzorec pro dráhu rovnoměrně zpomaleného pohybu je $s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$,
dosadím do něj: $s_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 = 681{,}5\,m$ ($\doteq 680\,m$). Potom spočítám brzdnou dráhu pro stejné zrychlení, ale třetinový čas: $s_2 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2 = v_0 \frac{t_1}{3} - \frac{1}{2} a \left(\frac{t_1}{3}\right)^2 \doteq 378{,}6\,m$ ($\doteq 380\,m$). Poměr drah s_2 a s_1 je $\frac{s_2}{s_1} = \frac{378{,}6}{681{,}5} \doteq 0{,}\overline{5} = \frac{5}{9}$.
$= \frac{380}{680} \doteq 0{,}56$

4b

b) Graf závislosti rychlosti na čase je přímka, která spojuje body $[0; v_0]$ a $[t_1; 0]$.
Dráha s_1 se spočítá jako obsah trojúhelníku pod grafem v časovém intervalu $\langle 0; t_1 \rangle$, což je 9 trojúhelníků pomocné sítě.
Dráha s_2 se spočítá jako obsah lichoběžníku pod grafem v časovém intervalu $\langle 0; \frac{1}{3} t_1 \rangle$, což je 5 trojúhelníků pomocné sítě.
Proto je poměr drah $\frac{s_2}{s_1} = \frac{5}{9}$.



3b

c) Z bodu a) víme, že $a = \frac{v_0}{t_1}$, proto
$s_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} \frac{v_0}{t_1} t_1^2 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} v_0 t_1 = \frac{1}{2} v_0 t_1$,
$s_2 = v_0 \frac{t_1}{3} - \frac{1}{2} a \left(\frac{t_1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} v_0 t_1 - \frac{1}{2} \frac{v_0}{t_1} \frac{t_1^2}{9} = \frac{1}{3} v_0 t_1 - \frac{1}{18} v_0 t_1 = \frac{5}{18} v_0 t_1$,
odkud $\frac{s_2}{s_1} = \frac{5/18}{1/2} = \frac{5}{9}$. 3b

Poměry drah s_2 a s_1 ve všech bodech a), b), c) vyšly stejné. Výsledek bodu a) byl mírně ovlivněn zaokrouhlením.

Jméno a příjmení: **Akim Sklenka**

Třída: 5A Zaměření: Kategorie: D

Škola: Gymnázium Žamberk

Učitel fyziky: Mgr. Kateřina Jirešová Posudek: 8b Posuzovali:

Úloha č.: 3. Kvádr na vozíku

Vyznačené veličiny a jejich vztahy:

hmotnost vozíku $M = 5,00\,kg$, délka vozíku $l = 0,60\,m$

hmotnost kvádru $m = 2,00\,kg$, délka kvádru $d = 0,12\,m$

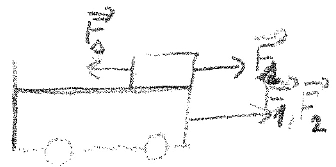
součinitel smykového tření $f = 0,25$, tíhové zrychlení $g = 9,81\,m/s^2$

a_1 je max. zrychlení vozíku, při němž kvádr zůstane vzhledem k vozíku v klidu; F_1 je tahová síla působící na vozík při zrychlení a_1

$a_2 = 4\,m/s^2$, $a_2 > a_1$; F_2 je tahová síla působící na vozík při zrychlení a_2

a_2' je zrychlení kvádru vzhledem k vozíku; s je dráha, kterou vozík ujede do okamžiku, kdy kvádr narazí do zarážky

Nakreslíme si obrázek. Jednotlivé síly F_{s1}, F_{s2} působící na kvádr při pohybu vozíku velikostně odpovídají popořadě hodnotám ma_1, ma_2. Třecí síla F_t bránící kvádru je přímo úměrná tíhové síle $F_g = mg$ s koeficientem f, proto $F_t = fmg$.



a) Maximální velikost zrychlení a_1 je taková, aby se $F_{s1} = F_t$.
Proto $ma_1 = fmg$, upravíme $a_1 = fg$, odkud $a_1 = \frac{9,81}{4} \doteq 2,45\,m/s^2$. 1b

b) Jde nám o zrychlení kvádru vzhledem k vozíku, proto do pohybové rovnice vezmeme rozdíl sil F_{s2} a F_t; $F_{s2} - F_t = ma_2'$, odkud
$ma_2 - fmg = ma_2'$, upravíme $a_2' = a_2 - fg$, odkud $a_2' = a_2 - a_1 \doteq 1,55\,m/s^2$. 2b

c) Vzdálenost, kterou urazí kvádr je $l-d = 0,48\,m$, zrychlení kvádru vzhledem k vozíku je $a_2' \doteq 1,55\,m/s^2$, proto $l-d = \frac{1}{2}a_2' t^2$, odkud $t = \sqrt{\frac{2(l-d)}{a_2'}}$. Za tento čas vozík ujede vzdálenost $s = \frac{1}{2}a_2 t^2$, dosadíme $s = \frac{1}{2}a_2 \cdot \frac{2(l-d)}{a_2'}$, odkud $s = \frac{a_2}{a_2'} \cdot (l-d) \doteq 1,24\,m$ 3b

d) Při zrychlení a_1 působí na vozík ve vodorovném směru pouze síla F_1. Pohybuje se celá soustava, proto $F_1 = (M+m) \cdot a_1$.
Při zrychlení a_2 působí na vozík ve směru zrychlení síla F_2 a proti němu síla velikostně stejná jako F_t. Pohybuje se opět celá soustava, proto $F_2 - F_t = (M + \cancel{m})a_2$, odkud $F_2 = (M + \cancel{m})a_2 + F_t = (M+m)a_2 + fmg$. Pro zadané číselné hodnoty je $F_1 = 17,15\,N$ a $F_2 \doteq \cancel{32,91}\,N$. 2b

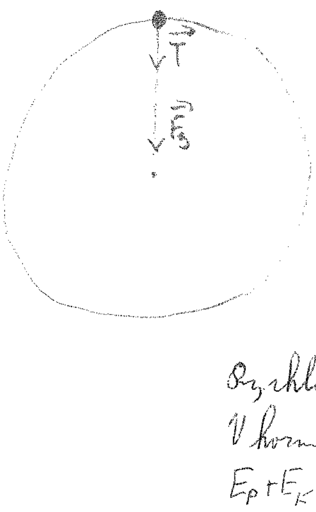
NAVÍC HMOTNOST ?

Jméno a příjmení: **Akim Sklenka**
Třída: 5A Zaměření: Kategorie: D
Škola: Gymnázium Žamberk
Učitel fyziky: Mgr. Kateřina Jirešová Posudek: 10b Posuzovali:
Úloha č.: 4. Kulička na tyčce

Označení veličin:
délka tyčky $l = 0{,}20\,m$
hmotnost kuličky $m = 0{,}15\,kg$
tíhové zrychlení $g = 9{,}81\,m/s^2$
počáteční rychlost v bodu a) je v_0 a v bodu b) je v_1
tíhová síla kuličky F_g, tahová síla T, kterou tyčka působí na kuličku
síla, kterou je tyčka napínána v nejnižší poloze F_1 (bod c))
zrychlení kuličky a, jehož složky jsou dostředivé zrychlení a_d a tečné zrychlení a_t ($\vec{a} = \vec{a_d} + \vec{a_t}$)

a) Rychlost v_0 spočítáme pomocí zákona zachování mechanické energie. V dolní poloze kuličky zvolíme nulovou hladinu potenciální polohové energie. Proto se kulička v nejvyšší poloze bude nacházet ve výšce $2l$. Rychlost kuličky v_0 v nejnižší poloze musí být alespoň taková, aby rychlost kuličky v nejvyšší poloze byla nulová. V dolní poloze bude potenciální polohová energie nulová a kinetická energie $E_k = \frac{1}{2} m v_0^2$. V horní poloze bude potenciální polohová energie $E_p = 2mgl$ a kinetická energie nulová. Ze zákona o zachování energie se E_p v nejvyšším bodě rovná E_k v dolním bodě, proto $2mgl = \frac{1}{2} m v_0^2$. Rovnici vydělíme m a vynásobíme dvěma: $4gl = v_0^2$, odkud $v_0 = 2\sqrt{gl}$. Pro konkrétní hodnoty se $v_0 \doteq 2{,}80\,m/s$. 2b

b) Nejprve zjistíme rychlost kuličky v nejvyšším bodě. Namalujeme si obrázek kuličky v horní poloze a dokreslíme do něj síly působící na kuličku.

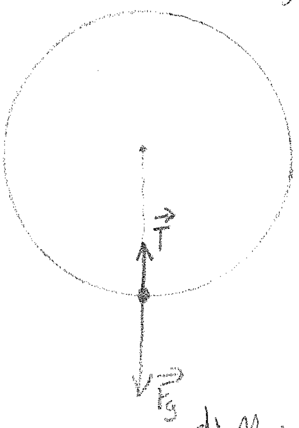


Využijeme 2. Newtonův zákon a sestavíme pohybovou rovnici $\vec{T} + \vec{F_g} = m\vec{a}$. Vzhledem k tomu, že v zadání je napsáno, že tyčka nemá být namáhána ani tlakovou, ani tahovou silou, tak tuto rovnici upravíme na $F_g = m a_d$ (zrychlení kuličky směřuje dolů ke středu kružnice). Víme, že $F_g = mg$ a dostředivé zrychlení vyjádříme vztahem $a_d = \frac{v^2}{l}$, kde v je rychlost kuličky v nejvyšším bodě, proto $mg = m\frac{v^2}{l}$, odkud $v = \sqrt{gl}$.

Rychlost v_1 spočítáme pomocí zákona zachování mechanické energie. V horní poloze kuličky je $E_p = 2mgl$ a $E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} mgl$, celková energie $E_p + E_k$ je tedy $2{,}5\,mgl$. V dolní poloze kuličky je $E_p = 0$ a $E_k = \frac{1}{2} m v_1^2$, ze zákona o zachování energie je $2{,}5\,mgl = \frac{1}{2} m v_1^2$. Rovnici vydělím m a vynásobím dvěma: $5gl = v_1^2$, odkud $v_1 = \sqrt{5gl}$. Pro konkrétní hodnoty je $v_1 \doteq 3{,}13\,m/s$. 4b

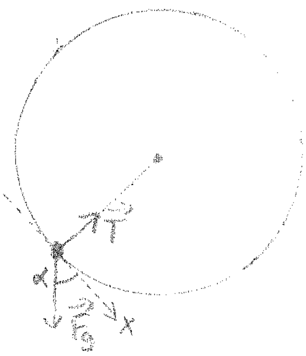
Jméno a příjmení: **Akim Sklenka**
Škola: Gymnázium Žamberk
Úloha č.: 4. Kulička na tyčce

c) Namalujeme si obrázek kuličky v nejnižším bodě trajektorie a dokreslíme do něj síly působící na kuličku. Dle 2. Newtonova zákona sestavíme pohybovou rovnici $\vec{T}+\vec{F_g}=m\vec{a}$. Vzhledem k tomu, že $\vec{T}$ působí nahoru a $\vec{F_g}$ dolů, tak zrychlení má pouze dostředivou složku, proto $T-F_g=ma_d$, odkud $T=F_g+ma_d$. Dostředivé zrychlení a_d vyjádříme vztahem $a_d=\frac{v_1^2}{l}$, kde v_1 je rychlost kuličky z bodu b), dosadíme $a_d=\frac{5gl}{l}=5g$. Spočítáme $T=mg+5mg=6mg$. Podle 3. Newtonova zákona je tato síla velikostně stejná, ale směrem opačná oproti $\vec{F_1}$, proto $F_1=6mg$. Pro konkrétní hodnoty je $F_1=8{,}83\,N$.



2b

d) Největší dostředivé zrychlení je tam, kde dochází k největšímu napnutí tyčky, a to je logicky v místě s největší rychlostí, proto a_{dmax} je v nejnižším bodě trajektorie a jeho velikost jsme již spočítali v bodě c): $a_{dmax}=5g$. Dle 2. Newtonova zákona sestavíme pohybovou rovnici $\vec{T}+\vec{F_g}=m\vec{a}$. Zvolím osu x, která je tečnou k trajektorii kuličky a směřuje ve směru pohybu kuličky. Označím α úhel mezi tíhovou silou $\vec{F_g}$ a osou x. Zprojektujeme pohybovou rovnici na osu x: $F_g\cdot\cos\alpha=ma_t$, odkud $a_t=g\cdot\cos\alpha$. Proto $a_{tmax}=g$. Maximální tečné zrychlení bude v bodech, ve kterých síla $\vec{F_g}$ leží na ose x, a to jsou dva body, ve kterých je tyčka vodorovně. Pro konkrétní hodnoty je $a_{dmax}=49{,}05\,m/s^2$ a $a_{tmax}=9{,}81\,m/s^2$.



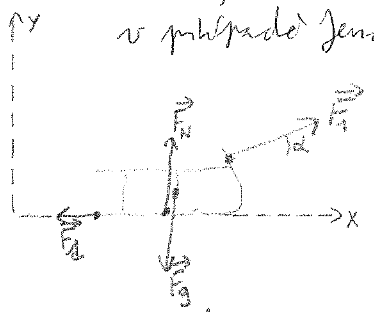
2b

Jméno a příjmení: **Akim Sklenka**
Třída: 5A Zaměření: Kategorie: D
Škola: Gymnázium Žamberk
Učitel fyziky: Mgr. Kateřina Jirešová Posudek: 10b Posuzovali:
Úloha č.: 5. Tažené a tlačené saně

Zadané veličiny: $m = 28\,kg$, $\alpha = 33°$, $f = 0{,}10$, $s_1 = 90\,m$, $g = 9{,}81\,m/s^2$.

Síly působící na saně: tíhová síla $\vec{F_g}$, síla, kterou tlačí rovina na saně $\vec{F_N}$, třecí síla $\vec{F_t}$, tažná síla Jendy $\vec{F_1}$, tlačná síla Karla $\vec{F_2}$.

a) Namalujeme si obrázek znázorňující všechny síly působící na saně v případě Jendy. Použijeme 2. Newtonův zákon a napíšeme pohybovou rovnici pro saně: $\vec{F_N} + \vec{F_g} + \vec{F_t} + \vec{F_1} = m\vec{a}$.



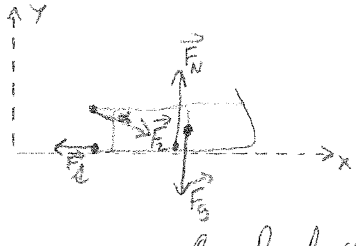
Při rovnoměrném pohybu je rychlost saní konstantní a zrychlení je nulové ($\vec{a} = 0$). Zvolíme osu x vodorovně ve směru pohybu saní a osu y na ni kolmou. Zprojektujeme vektorovou pohybovou rovnici na tyto osy.

Projekce na osu x: $-F_t + F_1 \cdot \cos\alpha = 0$.
Projekce na osu y: $F_N - F_g + F_1 \cdot \sin\alpha = 0$.

Víme, že tíhová síla $F_g = mg$. Třecí síla je úměrná síle, kterou tlačí saně na rovinu, ta je podle 3. Newtonova zákona stejně velká jako síla, kterou tlačí rovina na saně, proto $F_t = f \cdot F_N$. Z předchozích rovnic si vyjádříme, že $F_t = F_1 \cos\alpha$ a $F_N = F_g - F_1 \sin\alpha$, proto $F_t = f F_N = f(F_g - F_1 \sin\alpha)$, odkud $F_1 \cos\alpha = f(F_g - F_1 \sin\alpha)$. Vyjádříme F_1:
$F_1 \cos\alpha = fmg - f F_1 \sin\alpha \Rightarrow fmg = F_1 \cdot (f \sin\alpha + \cos\alpha) \Rightarrow F_1 = \frac{fmg}{f\sin\alpha + \cos\alpha}$.

Pro konkrétní hodnoty uvedené v zadání je $F_1 \doteq 30{,}8\,N$.

Namalujeme si obrázek znázorňující všechny síly působící na saně v případě Karla. Osy zvolíme stejně jako v případě Jendy.



Pohybová rovnice pro saně: $\vec{F_N} + \vec{F_g} + \vec{F_t} + \vec{F_2} = 0$.
Projekce na osu x: $-F_t + F_2 \cos\alpha = 0$.
Projekce na osu y: $F_N - F_g - F_2 \sin\alpha = 0$.
Odkud $F_t = F_2 \cos\alpha$ a $F_t = f F_N = f(F_g + F_2 \sin\alpha)$.
Vyjádříme F_2: $F_2 \cos\alpha = fmg + f F_2 \sin\alpha \Rightarrow F_2 = \frac{fmg}{-f\sin\alpha + \cos\alpha}$.

Pro konkrétní hodnoty uvedené v zadání je $F_2 \doteq 35\,N$. 6b

b) Pokud síla $\vec{F}$ působící na těleso svírá se směrem jeho pohybu úhel α, pak velikost práce je $W = F s \cdot \cos\alpha$, kde s je uražená dráha. Práce Jendy je $W_1 = F_1 s_1 \cos\alpha$ a práce Karla je $W_2 = F_2 s_2 \cos\alpha$. Pokud $W_1 = W_2$, tak $F_1 s_1 \cos\alpha = F_2 s_2 \cos\alpha$, odkud $s_2 = \frac{F_1 s_1}{F_2}$. Použijeme-li vyjádření pro F_1, F_2 z bodu a), tak $s_2 = \frac{\cos\alpha - f\sin\alpha}{\cos\alpha + f\sin\alpha} \cdot s_1$.

Pro konkrétní hodnoty zadané v zadání Karel přemístí saně po dráze $s_2 \doteq 79\,m$.

4b

Jméno a příjmení: **Akim Sklenka**
Třída: 5A Zaměření: Kategorie: D 1/2
Škola: Gymnázium Žamberk
Učitel fyziky: Mgr. Kateřina Jirešová Posudek: 8b Posuzovali:
Úloha č.: 6. Praktická úloha: Kónické kyvadlo

Nejdříve si sestrojíme kyvadlo. Vyrovnáme na to dvě železné tyčky, podstavu na uchycení jedné z nich, 3 spojovací dílky, z nichž jedním spojíme tyčky a zbylými dvěma uchytíme háček, na který pomocí lanka přivážeme kuličku. Pro jednodušší uvedení kuličky do pohybu po kružnici si narýsujeme na papír dvě soustředné kružnice a tento papír položíme pod kyvadlo tak, aby byla kulička přesně nad středem těchto kružnic.

Počet oběhů označíme n, poloměr kružnice r, dobu obíhání t_i, dobu jednoho oběhu T_i, průměr dob oběhu T, odchylku od průměru dob oběhu ΔT_i, průměrnou odchylku ΔT a poměr ΔT ku T v procentech označíme δT. Průměry a poměry označíme indexy od 1 do 4 v závislosti na poloměru kružnice, index 1 bude pro poloměr 5cm, 2 pro 10cm, 3 pro 17cm a 4 pro poloměr 3cm. Pro rychlosti obíhání vyrovnáme tytéž indexy. Úhlovou rychlost označíme ω a rychlost oběhu označíme v.

1) Naměřené hodnoty zapíšeme do tabulek: ✓

$n = 40$		$r = 5$ cm	
pokus č.	t_i (s)	T_i (s)	ΔT_i (s)
1.	60	1,5000	0,0525
2.	57	1,4250	0,0225
3.	58	1,4500	0,0025
4.	56	1,4000	0,0475
5.	58	1,4500	0,0025
6.	59	1,4750	0,0275
7.	58	1,4500	0,0025
8.	55	1,3750	0,0725
9.	59	1,4750	0,0275
10.	59	1,4750	0,0275
		$\overline{T_1} = 1{,}44750$	$\Delta T_1 = 0{,}02850$ $\delta T_1 \doteq 1{,}9689\%$

$n = 40$		$r = 10$ cm	
pokus č.	t_i (s)	T_i (s)	ΔT_i (s)
1.	59	1,4750	0,0000
2.	59	1,4750	0,0000
3.	59	1,4750	0,0000
4.	61	1,5250	0,0500
5.	60	1,5000	0,0250
6.	56	1,4000	0,0750
7.	59	1,4750	0,0000
8.	58	1,4500	0,0250
9.	59	1,4750	0,0000
10.	60	1,5000	0,0250
		$\overline{T_2} = 1{,}4750$	$\Delta T_2 = 0{,}0200$ $\delta T_2 \doteq 1{,}3559\%$

Rozptyl naměřených časů způsobují tyto faktory: eliptická dráha (dokonalé kružnice nedosáhneme), postupné přibližování ke středu (odpor vzduchu, gravitace, ...), reakční doba člověka, počítání poloh (není vždy stejný).

8b

Jméno a příjmení: **Akim Sklenka**
Škola: Gymnázium Žamberk
Úloha č.: 6. Praktická úloha: Kónické kyvadlo

2) Nyní pro kružnice s poloměry 5 cm a 10 cm spočítáme rychlosti. Úhlová rychlost je vyjádřena vztahem $\omega = 2\pi/T$. Rychlost kuličky je vyjádřena vztahem $v = \omega \cdot r$. Budu počítat s průměrnými hodnotami periody pro daný poloměr. Pro poloměr 5 cm je úhlová rychlost $\omega_1 \doteq 1,3817 \pm 0,0272\,\pi$ rad/s a obvodová rychlost $v_1 = 0,0691 \pm 0,0014$ m/s. Pro poloměr 10 cm je úhlová rychlost $\omega_2 \doteq 1,3559 \pm 0,0184\,\pi$ rad/s a obvodová rychlost $v_2 = 0,1356 \pm 0,0018$ m/s.

1b

3) Pro tuto úlohu jsem si zvolil další dva poloměry, velmi malý $r_4 = 3$ cm a největší možný $r_3 = 17$ cm. Naměřené hodnoty zapíšu do tabulky:

r (cm)	n	t_n (s)	T_n (s)
3	40	59	1,4750
17	40	58	1,4500

Pro poloměr 3 cm je úhlová rychlost $\omega_4 \doteq 1,3559\,\pi$ rad/s a obvodová rychlost $v_4 \doteq 0,0407$ m/s. Pro poloměr 17 cm je úhlová rychlost $\omega_3 \doteq 1,3793\,\pi$ rad/s a obvodová rychlost $v_3 = 0,2345$ m/s.

1b

Když vezmeme v potaz chybu měření, tak se úhlová rychlost nemění a obvodová rychlost je přímo úměrná poloměru.

Jméno a příjmení: **Akim Sklenka**
Třída: 5A Zaměření: Kategorie: D
Škola: Gymnázium Žamberk
Učitel fyziky: Mgr. Kateřina Jirešová Posudek: 10b Posuzovali:
Úloha č.: 7. Skákající hopík

Označení veličin a některé hodnoty z grafu:

Tíhové zrychlení $g = 10\,m/s^2$

Hopík padá z výšky h_0 s nulovou počáteční rychlostí, dopadne na podlahu v čase $t_1 = 0{,}5\,s$ s rychlostí $v_1 = 5\,m/s$. Po odrazu s rychlostí $v_2 = 4\,m/s$ za dobu $t_2 = 0{,}4\,s$ vystoupá do výšky h_1, kde je rychlost nulová. Další část grafu pro volný pád je symetrická k části grafu pro stoupání vzhledem k ose $t = t_1 + t_2 = 0{,}9\,s$, proto doba pádu je $t_2 = 0{,}4\,s$ a rychlost dopadu je $v_2 = 4\,m/s$.

Po druhém odrazu s rychlostí $v_3 = 3{,}2\,m/s$ za dobu t_3 hopík vystoupá do výšky h_2.

a) Ze zadání víme, že součinitel restituce k je podíl rychlosti odrazu a rychlosti dopadu, proto $k = \frac{v_{od}}{v_{dop}} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{5} = 0{,}8$, což dle zadání odpovídá i poměru rychlostí při druhém nárazu míčku do podlahy: $\frac{v_3}{v_2} = \frac{3{,}2}{4} = 0{,}8$ 1b

b) Volný pád je rovnoměrně zrychlený pohyb s nulovou počáteční rychlostí a tíhovým zrychlením $g = 10\,m/s^2$. Pro rychlost tedy platí vztah $v = gt = 10t$. Z grafu jsme odečetli rychlosti při dopadech $v_1 = 5\,m/s$, $v_2 = 4\,m/s$, $v_3 = 3{,}2\,m/s$, proto časy volných pádů jsou desetinové, tedy $t_1 = 0{,}5\,s$, $t_2 = 0{,}4\,s$ a $t_3 = 0{,}32\,s$.

Víme, že vzorec pro dráhu volného pádu je $h = \frac{1}{2} g t^2$, proto:

$$h_0 = \frac{1}{2} g t_1^2 = 1{,}25\,m$$
$$h_1 = \frac{1}{2} g t_2^2 = 0{,}8\,m$$
$$h_2 = \frac{1}{2} g t_3^2 = 0{,}512\,m \doteq 0{,}5\,m$$

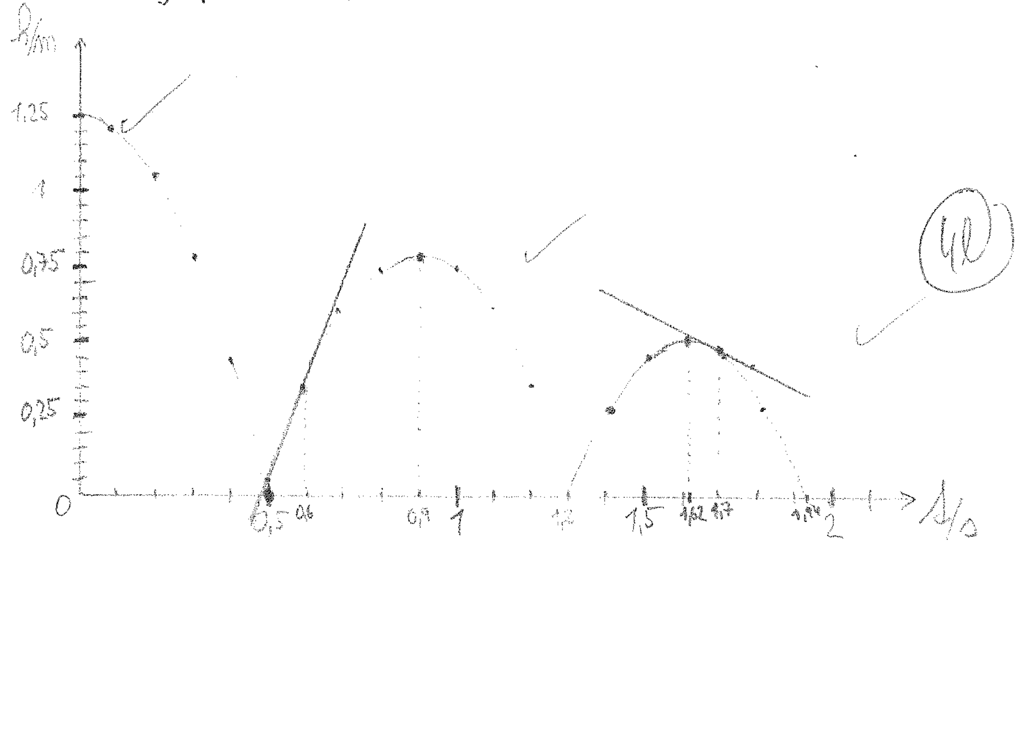
3b

Jméno a příjmení: **Akim Sklenka**
Škola: Gymnázium Žamberk
Úloha č.: 7. Skákající kopík

c) Po prvním odrazu kopík vystoupá do výšky h_1 v čase $t_{max_1} = t_1 + t_2 = 0{,}9\,s$ a po druhém odrazu kopík vystoupá do výšky h_2 v čase $t_{max_2} = t_1 + 2t_2 + t_3 = 1{,}62\,s$. Pro okamžitou výšku zvolme osu h směřující nahoru a tíhové zrychlení g směřující dolů, proto dráha volného pádu s počáteční výškou h_0 je dána vzorcem $h = h_0 - \frac{1}{2} g t^2$, což je pravá větev paraboly směřující dolů s vrcholem v bodě $[0, h_0]$.
Po dosazení $h = 1{,}25 - 5t^2$, sestrojím tabulku:

t/s	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
h/m	1,25	1,2	1,05	0,8	0,45	0

Natočíme-li volný pád kopíku z výšky h_1 do okamžiku dopadu na podlahu rychlostí v_2 a pustíme-li záznam pohybu pozpátku dostaneme záznam rovnoměrně zpomaleného stoupání kopíku s počáteční rychlostí v_2 do zastavení ve výšce h_1. Proto grafy pro stoupání a volný pád budou symetrické vzhledem k ose $t = t_1 + t_2$, což je svislá přímka procházející vrcholem paraboly. Graf pro druhý volný pád z výšky h_1 bude před chvílí sestrojená větev paraboly s vrcholem posunutým do bodu $[t_{max_1}; h_1]$, graf pro první stoupání tedy bude druhá větev téže paraboly. Úsek paraboly pro první skok popisuje funkce $h = 0{,}8 - 5(t - 0{,}9)^2$. Podobně graf pro druhý skok bude původní parabola $h = h_0 - \frac{1}{2} g t^2$ s vrcholem posunutým do bodu $[t_{max_2}; h_2]$. Po dosazení $h = 0{,}512 - 5(t - 1{,}62)^2$. Celkově se graf okamžité výšky kopíku skládá ze třech úseků paraboly, které na sebe navazují. V bodech odrazu v časech 0,5 s a 1,3 s jsou na grafu zlomy.



Jméno a příjmení: **Akim Sklenka**
Škola: Gymnázium Žamberk
Úloha č.: 7. Skákající hopík

d) V čase $t_4 = 0{,}6\,s$ bude hopík ve výšce $h_4 = h_1 - 5t^2$, kde $t = t_{max_1} - t_4 = 0{,}3\,s$, odkud $h_4 = 0{,}35\,m$. Rychlost bude $v_4 = v_2 - gt$, kde $t = t_4 - t_1 = 0{,}1\,s$, odkud $v_4 = 3\,m/s$. Sečna prochází bodem na grafu $[t_4, h_4]$ a má směrnici v_4. Směrový vektor sečny je $(1, v_4) = (1,3)$, který má délku $|(1,3)| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$. Vektor okamžité rychlosti v čase t_4 leží na sečně, směřuje nahoru doprava a jeho délka je 3. Proto souřadnice okamžité rychlosti jsou $\left(\frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{9}{\sqrt{10}}\right)$.

V čase $t_5 = 1{,}7\,s$ bude hopík ve výšce $h_5 = h_2 - 5t^2$, kde $t = t_5 - t_{max_2} = 0{,}08\,s$, odkud $h_5 = 0{,}48\,m$. Rychlost bude $v_5 = gt$, kde $t = t_5 - t_{max_2} = 0{,}08\,s$, odkud $v_5 = 0{,}8\,m/s$. Sečna prochází bodem na grafu $[t_5, h_5]$ a má směrnici v_5. Směrový vektor sečny je $(1, -v_5) = (1, -0{,}8)$, který má délku $|(1,-0{,}8)| = \sqrt{1+\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{41}}{5}$. Vektor okamžité rychlosti v čase t_5 leží na sečně, směřuje dolů doprava a jeho délka je 0,8. Proto souřadnice okamžité rychlosti jsou $\left(\frac{4}{\sqrt{41}}, \frac{-16}{5\sqrt{41}}\right)$.

2