

III. kolo kategorie Z9

Z9–III–1

Adéla napsala na tabuli dvě kladná celá čísla a dala Lukášovi a Petrovi za úkol určit kladný rozdíl druhých mocnin těchto dvou čísel. Lukáš místo toho určil druhou mocninu rozdílu daných dvou čísel. Vyšlo mu tak číslo o 4038 menší než Petrovi, který výpočet provedl správně.

Která dvě čísla mohla Adéla napsat na tabuli? Určete všechny možnosti.

(*L. Růžičková*)

Z9–III–2

Na ostrově žijí dva druhy domorodců: Poctivci, kteří vždy mluví pravdu, a Lháři, kteří vždy lžou. Když cizinec potkal tři domorodce, Alana, Bruna a Ctibora, zeptal se jich, do které skupiny patří.

Alan sdělil: „Bruno je Lhář.“

Bruno řekl: „Alan a Ctibor jsou buď oba Lháři, anebo oba Poctivci.“

Ctibor se nevyjádřil.

Mohl cizinec u některého z těchto domorodců s jistotou určit, jestli je Poctivec, či Lhář?

(*M. Volfová*)

Z9–III–3

Když číslo X vydělím číslem Y , dostanu číslo Z a zbytek 27. Když číslo X vydělím číslem Z , dostanu číslo $1,1 \cdot Y$ a zbytek 3.

Která čísla X , Y , Z vyhovují uvedeným podmínkám? Určete všechny možnosti.

(*L. Hozová*)

Z9–III–4

Je dána kružnice se středem S a poloměrem 39 mm. Do kružnice máme vepsat trojúhelník ABC tak, aby velikost strany AC byla 72 mm a bod B ležel v polovině určené přímkou AC a bodem S .

Ze zadaných údajů vypočtete, jakou velikost má mít výška trojúhelníku ABC z vrcholu B , aby úloha měla dvě řešení. Popište všechny možnosti.

(*M. Krejčová*)